

ЛАБОРАТОРИЯ № 4

Добрушинская математическая лаборатория

Заведующий лабораторией – д.ф.-м.н. Минлос Роберт Адольфович

Тел.: (095) 299-83-54; E-mail: minl@iitp.ru

Ведущие сотрудники лаборатории:

д.ф.-м.н.	Ахиезер Д. Н.	д.ф.-м.н.	Яшков С. Ф.
д.ф.-м.н.	Бассалыго Л. А.	к.ф.-м.н.	Богуславский М. И.
д.ф.-м.н.	Бланк М. Л.	к.ф.-м.н.	Вишик А. С.
д.ф.-м.н.	Блиновский В. М.	к.ф.-м.н.	Влэдуц С. Г.
д.ф.-м.н.	Кириллов А. А.	к.ф.-м.н.	Гельфанд С. И.
д.е.н.	Концевич М. Л.	к.ф.-м.н.	Жижина Е. А.
д.ф.-м.н.	Маргулис Г. А.	к.ф.-м.н.	Жуков Ю. В.
д.ф.-м.н.	Меньшиков М. В.	к.ф.-м.н.	Кабатянский Г. А.
д.ф.-м.н.	Надирашвили Н. С.	к.ф.-м.н.	Лебедев В. С.
д.ф.-м.н.	Ольшанский Г. И.	к.ф.-м.н.	Ногин Д. Ю.
д.ф.-м.н.	Панюшев Д. И.	к.ф.-м.н.	Окуньков Г. И.
д.ф.-м.н.	Прелов В. В.	к.ф.-м.н.	Печерский Е. А.
д.ф.-м.н.	Сухов Ю. М.	к.ф.-м.н.	Попов С. Ю.
д.ф.-м.н.	Цфасман М. А.	к.ф.-м.н.	Рыбко А. Н.
д.ф.-м.н.	Шехтман В. Б.	к.ф.-м.н.	Яроцкий Д. А.
д.ф.-м.н.	Шлосман С. Б.		

НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ:

- гиббсовские случайные поля и марковские цепи с локальными взаимодействиями;
- модели среднего поля в теории массового обслуживания;
- жидкостные модели в теории массового обслуживания;
- большие отклонения и их применения;
- теория массового обслуживания;
- системы передачи информации, информационные каналы и теория кодирования;
- алгебраическая геометрия и теория чисел;
- комбинаторные и вероятностные аспекты теории представлений;
- модальные логики.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Построено однобозонное пространство для поляронной системы, описывающее состояния рассеяния одного бозона на поляроне.

Исследованы спектральные свойства генератора глауберовой динамики для одномерной стохастической ферромагнитной модели Изинга со случайным ограниченным и неограниченным взаимодействием. Найдено асимптотическое поведение усредненной автокорреляционной функции за большое время.

В результате детального анализа спектра трансфер матрицы классических спиновых решетчатых систем при высоких температурах было установлено существование инвариантных подпространств, описывающих состояния квазичастиц различных видов.

Доказана центральная предельная теорема в области малой стохастичности для направленных полимеров в случайной среде.

Результаты для одномерной динамики, основанные на спектральных свойствах трансфер-оператора Рюэлля-Перрона-Фробениуса, были обобщены для диффеоморфизмов Аносова и общих расширяющих и сжимающих в среднем случайных отображений на компактных многообразиях.

Анализ статистических свойств семейства отображений, действующих в пространстве целочисленных последовательностей с заданной моделью динамики простого детерминистического потока. Получены асимптотические свойства траекторий отображений, соответствующих произвольным начальным конфигурациям в терминах статистики плотностей и описаны слабые аттракторы этих систем.

Изучен класс ферромагнитных бинарных моделей с многочастичным взаимодействием. Дана классификация этих моделей с точки зрения формы капли одной фазы в другой. Результаты получены для нулевой температуры.

Даны условия на гамильтониан, при которых существует единственное состояние неидеального газа.

Построены два класса многочленов над конечным полем четной характеристики, для которых модуль тригонометрической суммы принимает максимально возможное значение.

Исследовалось асимптотическое поведение эpsilon-энтропии эллипсоида в хэмминговом пространстве при возрастании его размерности. Получены достаточные условия, при выполнении которых обобщенная граница Хэмминга является асимптотически точной. Найдено точное решение одной оптимизационной задачи (нахождения максимума разности энтропийных функций двух векторов при специальных ограничениях на их компоненты), связанной с исследованием асимптотики эpsilon-энтропии эллипсоида. Получены явные выражения для главных членов асимптотического разложения эpsilon-энтропии для одного специального класса эллипсоидов.

Рассмотрены гармонические функции на некоторых фракталах. В частности, для ковра Серпинского получено явное выражение в терминах производных дробного порядка.

В цикле работ предпринято подробное изучение теории Громова-Виттена для кривых. Эта теория связана с классической теорией Гурвица перечисления отображений между кривыми в терминах данных ветвления, что, в свою очередь, тесно связано с характеристиками симметрических групп. Среди результатов – доказательство известной гипотезы о связи между теорией Громова-Виттена для проективной прямой и иерархией Тоды нелинейных уравнений.

Изучена модель димера на периодических двудольных графах. Показано, что скейлинговый предел модели может быть описан в терминах так называемой амёбы для подходящей плоской вещественной алгебраической кривой. Последняя оказывается кривой Харнака.

Показано, что функция распределения первой частицы в дискретных полиномиальных ансамблях может быть получена некоторой рекуррентной процедурой, если весовая функция ансамбля удовлетворяет условию: ее разностная

(или q -разностная) логарифмическая производная рациональна. В ряде случаев рекуррентная процедура эквивалентна решению некоторого разностного или q -разностного аналога уравнения Пенлеве.

Введен и изучен аналог изомонодромных деформаций матричного разностного уравнения. Показано, что классические уравнения и преобразования Шлезингера могут быть получены из нашей конструкции посредством подходящих предельных переходов.

Изучена новая связь между задачей Улама о максимальных возрастающих подпоследовательностях в случайных перестановках и некоторыми случайноматричными ансамблями. Получены новые доказательства теоремы Байка-Дейфта-Юхансона и ее обобщений, принадлежащих Байку и Райнсу.

Исследовано семейство вероятностных мер на разбиениях, первоначально возникших в теории представлений, установлены их связи со случайными матрицами и многомерными гипергеометрическими функциями. Эти меры зависят от трех параметров, один из которых есть аналог бета-параметра из теории случайных матриц. В определенном предельном переходе упомянутые меры сходятся к некоторым предельным мерам, сходных по природе с $\log$ -газом с произвольным значением бета-параметра. Доказано, что средние значения "характеристических полиномов", взятые относительно введенных мер, даются многомерными гипергеометрическими функциями типа $(2,0)$.

Изучались коды на вещественных и комплексных грассманианах. Это естественное обобщение сферических кодов. Они возникают, например, при мультиантенной передаче (особенно, в случае слабого шума). Были получены ограничения типа границ Варшамова-Гилберта и Хэмминга на размер таких кодов.

Построена теория бесконечных числовых и функциональных полей. В частности, введен аналог дзета-функции для таких полей. Обобщена оценка Одлышко-Серра для дискриминанта и теорема Брауэра-Зигеля о произведении числа классов и регулятора. Также, показано, что стандартное условие на рост дискриминанта в теореме Брауэра-Зигеля является необходимым.

Изучались реализации категории смешанных мотивов. Доказаны аналоги теоремы Гильберта. Получены различные результаты о точности функторов реализации. Сформулированы гипотезы, которые вместе с гипотезами Бейлинсона, в частности, гарантируют, что построенный функтор реализации будет эквивалентностью категорий. Построено гипотетическое описание категории смешанных мотивов.

Изучены деформации дифференциальных уравнений Пикара-Фукса. Введено семейство обыкновенных дифференциальных уравнений 3-го порядка, связанное с 3-х мерными многообразиями Фано. Зеркальная симметрия предсказывает геометричность этого семейства. В случае полного пересечения доказано более сильное свойство модулярности.

Установлена связь между ростом кратностей в правилах ветвления и сложностью однородных пространств. Показано, что при ограничении неприводимого представления редуکتивной группы на её редуکتивную подгруппу кратности растут не быстрее многочлена от нормы старшего веса, причём, степень многочлена вычисляется как сложность явно построенного вспомогательного однородного пространства.

Изучена задача оптимального выбора последовательности изометрий однородного пространства компактной группы Ли. Получена оценка нормы усредняющего оператора на пространстве функций с нулевым интегралом для произвольного однородного пространства.

Изучено асимптотическое поведение собственных значений и спектральных мер самосопряжённого оператора, сопоставленного любой симметричной последовательности точек на компактной группе Ли. Доказана сходимость последовательности спектральных мер.

Разработана теория θ -групп Винберга. Установлена связь между этой теорией и недавними результатами Спрингера и Лерера о регулярных элементах групп отражений.

Изучены коммутаторные многообразия связанные с инволюциями простых алгебр Ли. В частности, получено достаточное условие неприводимости таких многообразий. Также, дано полное описание коммутаторных многообразий для случая симметрических пар ранга один.

Для различных топологических пространств $(\mathbb{R}^n; \text{подпространства } \mathbb{R})$ изучались тождества, которым удовлетворяет канторовская операция производного множества и булевы операции. Описание этих тождеств даётся с помощью модальных логик. Для построенных логик доказана финитная аппроксимируемость и разрешимость.

Решена проблема, поставленная более 20 лет назад Р.Гольдблаттом: построена конечная аксиоматика и доказана финитная аппроксимируемость для модели модальной логики хронологического будущего времени в пространстве Минковского.

Продолжено исследование произведений модальных логик. Доказана финитная аппроксимируемость произведения минимальной модальной и минимальной временной логики. Этот результат применяется для построения новых разрешимых фрагментов классической логики предикатов и эквациональной теории реляционных алгебр.

Продолжено исследование дискретных инвариантов квадрик. Установлены новые результаты о структуре групп Чжоу грассманианов Gr -мерных плоскостей на квадрике. Описано действие алгебры Стиррода на этих группах. В качестве приложения вычислены возможные размерности анизотропных квадратичных форм лежащих в данной степени идеала чётномерных форм.

ПУБЛИКАЦИИ В 2002 г.

Опубликованные статьи

1. Минлос Р.А. Введение в математическую статистическую физику. – М., изд-во МНЦМО, 2002 (Пер. с англ.)
2. Betz V., Hiroshima F., Lorenzhi J., Minlos R., Spohn H. Ground state properties of the Nelson Hamiltonian: a Gibbs measure-based approach // Rev. in Math. Phys. 2002. V. 14. No. 2. P. 173-198.
3. Lorenzhi J., Minlos R., Spohn H. Infrared regular representation of the three dimensional massless Nelson model // Letters in Math. Phys. 2002. V. 59. P. 189-198.
4. Lorenzhi J., Minlos R., Spohn H. The infrared behavior in Nelson's model of a quantum particle coupled to a massless scalar field // Ann. Henri Poincare. 2002. No. 3. P. 269-295.
5. Boldrigini C., Minlos R., Pellegrinotti A. Directed polymers in Markov random media // Markov processes and related fields. 2002. V. 8. No. 1. P. 81-105.

6. Жижина Е.А. Спектральный анализ одномерной стохастической модели Изинга со случайным потенциалом: асимптотика автокорреляционной функции // Труды Московского математического общества. 2002. № 64. С. 140-156.
7. Minlos R., Zhizhina E. Leading branches of the transfer-matrix spectrum for lattice spin systems (quasi-particles of different species) // J. Stat. Phys. 2002. V. 108 (5/6). P. 885-904.
8. Blank M.L. Dynamical spectrum for random maps and Ulam conjecture. – In "Fundamental mathematics today". 2001. P. 8-9.
9. Blank M.L., Keller G., Liverani C. Ruelle-Perron-Frobenius spectrum for Anosov maps // Nonlinearity. 2002. V. 15. No. 6. P. 1905-1973.
10. Бассалыго Л.А., Зиновьев В.А. О многочленах над конечным полем четной характеристики с максимальным значением модуля тригонометрической суммы // Математические заметки. 2002. Т. 72. № 2. С. 171-177.
11. Думер И.И., Пинскер М.С., Прелов В.В. Эпсилон-энтропия эллипсоида в хэмминговом пространстве // Проблемы передачи информации. 2002. Т. 38. № 1. С. 3-18.
12. Думер И.И., Пинскер М.С., Прелов В.В. Оптимизационная задача, связанная с вычислением эпсилон-энтропии эллипсоида в хэмминговом пространстве // Проблемы передачи информации. 2002. Т. 38. № 2. С. 3-18.
13. Прелов В.В., ван дер Мейлен Э. Об эпсилон-энтропии одного класса эллипсоидов в хэмминговом пространстве // Проблемы передачи информации. 2002. Т. 38. № 2. С. 19-32.
14. Prelov V.V., van der Meulen E.C. Epsilon-Entropy of a Special Class of Ellipsoids in a Hamming Space // Proc. 23-th Symp. Inform. Theory in the Benelux. Louvain-la-Neuve, May 29-31, 2002. P. 37-44.
15. Dumer I., Pinsker M., Prelov V. On the Epsilon-Entropy of an Ellipsoid in a Hamming Space // Proc. IEEE Intern. Symp. Inform. Theory. Lausanne, Switzerland, June 30 – July 5, 2002. P. 463.
16. Prelov V., van der Meulen E. Asymptotics of the ϵ -Entropy for a Certain Class of Ellipsoids in a Hamming Space // Proc. IEEE Intern. Symp. Inform. Theory. Lausanne, Switzerland, June 30 – July 5, 2002. P. 464.
17. Belitsky V., Pechersky E. Uniqueness of Gibbs State for Non-Ideal Gas in $\mathbb{R}^d$: the Case of Multibody Interaction // J. Stat. Phys. 2002. V. 106 (5/6). P. 931-955.
18. Влэдуц С., Цфасман М.А. Асимптотические свойства глобальных полей и обобщённая теорема Брауэра-Зигеля (на англ.) // Moscow Math. J. 2002. V. 2. No. 3. P. 329-402.
19. Ахиезер Д.Н., Панюшев Д.И. Кратности в правилах ветвления и сложность однородных пространств (на англ.) // Moscow Math. J. 2002. V. 2. No. 1. P. 17-33.
20. Ахиезер Д.Н. Замечание об усредняющих операторах на однородных пространствах (на англ.) // Archive der Math. 2002. B. 78. S. 196-201.
21. Панюшев Д.И. О ковариантах редутивных алгебраических групп (на англ.) // Indag. Math. 2002. B. 13. S. 125-129.
22. Панюшев Д.И. Представления без кратных весов, алгебры $\frac{g}{h}$ -эндоморфизмов и полиномы Дынкина (на англ.) // Препринт, arXiv: math.AG/0112314, 19 с.
23. Панюшев Д.И. Некоторые удивительные свойства сферических нильпотентных орбит (на англ.) // Препринт, arXiv: math.AG/0206265, 22 с.
24. Панюшев Д.И. Абелевы идеалы подалгебры Бореля и длинные положительные корни (на англ.) // Препринт, arXiv: math.RT/0210428, 20 с.

25. Габбэй Д., Шехтман В., Произведения модальных логик, часть 3: произведения модальной и временной логик (на англ.) // *Studia Logica*. 2002. V. 72. No. 2. P. 3-30.
26. Барг А., Ногин Д. Ограничения на упаковку сфер в грассмановых многообразиях (на английском) // *IEEE Trans. Info. Theory*. 2002. Т. 48. №. 9.
27. Borodin A., Olshanski G. Z-measures on partitions and their scaling limits // e-print math-ph/0210048, 37 p.
28. Borodin A. Isomonodromy transformations of linear systems of difference equations // e-print math.CA/0209144, 37 p.
29. Borodin A., Forrester P. J. Increasing subsequences and the hard-to-soft edge transition in matrix ensembles // e-print math-ph/0205007, 19 p.
30. Borodin A., Boyarchenko D. Distribution of the first particle in discrete orthogonal polynomial ensembles // e-print math-ph/0204001, 41 p.
31. Getzler E., Okounkov A., Pandharipande R. Multipoint series of Gromov-Witten invariants of $\mathbb{CP}^1$ // e-print math.AG/0207106, 10 p.
32. Ivanov V., Olshanski G. Kerov's central limit theorem for the Plancherel measure on Young diagrams. – In: *Symmetric functions 2001. Surveys of developments and perspectives*. Proc. NATO Adv. Study Institute (S. Fomin, editor), Kluwer, 2002, p. 93-151.
33. Okounkov A., Pandharipande R. Gromov-Witten theory, Hurwitz theory, and completed cycles // e-print math.AG/0204305, 55 p.
34. Okounkov A., Pandharipande R. The equivariant Gromov-Witten theory of P^1 , e-print math.AG/0207233, 58 p.
35. Okounkov A. Symmetric functions and random partitions. – In: *Symmetric functions 2001. Surveys of developments and perspectives*. Proc. NATO Adv. Study Institute (S. Fomin, editor), Kluwer, 2002, p. 223-252.
36. Okounkov A. Generating functions for intersection numbers on moduli spaces of curves // *Intern. Math. Res. Notices*, 2002. No. 18. P. 933-957.
37. Яшков С.Ф. Математические модели систем с разделением времени. Препринт. М.: ИППИ РАН, 2002, 85 с.

В печати

1. Spohn H., Zhizhina E. Long-time behavior for the stochastic Ising model with unbounded random couplings // *J. Stat. Phys.* (to appear).
2. Blank M.L. Ergodic properties of a simple deterministic traffic flow model // *J. Stat. Phys.* (to appear).
3. Prelov V.V., Verdu S. Second-Order Asymptotics of Mutual Information // *IEEE Trans. Inform. Theory* (submitted).
4. Descombes X., Pechersky E. Droplet shapes for a class of models in $\mathbb{Z}^2$ at zero temperature // *J. Stat. Phys.* (submitted).
5. Цфасман М.А. Бесконечные глобальные поля (на англ.). – В кн.: *Finite Fields '96*. Springer Verlag (в печати).
6. Ровинский М. О некоторых представлениях группы автоморфизмов алгебраически замкнутого поля (на англ.) // *Math. Zeit.* (в печати).
7. Голышев В. Проблема геометричности и модулярность некоторых вариаций Римана-Роха // *Доклады Академии наук* (в печати).

8. Панюшев Д.И. Индекс алгебры Ли, централизатор нильпотентного элемента и нормализатор централизатора (на англ.) // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 2002. V. 133 (в печати).
9. Шехтман В. Производная модальная логика (на англ.) // Moscow Math. J. (в печати).
10. Шапировский И.Б., Шехтман В. Хронологическая модальность будущего в пространстве-времени Минковского (на англ.) – В кн.: Advances in Modal Logic'2002 (в печати).
11. Вишик А. Мотивы квадрик с приложениями к теории квадратичных форм (на англ.) // Выйдет в серии Lect. Notes in Math. 90 с.
12. Kirillov A. A. Lectures on the orbit method // American Mathematical Society (revised edition, in preparation).
13. Яшков С.Ф. О законе больших чисел для перегруженной системы обслуживания M/G/1 с разделением процессора (на англ.) // Stochastic Models (представлено для публикации).