

## **ЛАБОРАТОРИЯ № 16**

### ***Лаборатория стохастических динамических систем***

Заведующий лабораторией – д.ф.-м.н., профессор

Веретенников Александр Юрьевич

Тел.: (095) 299-94-15, E-mail: [veretenn@iitp.ru](mailto:veretenn@iitp.ru)

Ведущие ученые лаборатории:

|        |                 |           |                    |
|--------|-----------------|-----------|--------------------|
| д.т.н. | Липцер Р. Ш.    | к.ф.-м.н. | Кицул П. И.        |
| к.т.н. | Григорьев Ф. Н. | к.ф.-м.н. | Пухальский А. А.   |
| к.т.н. | Гулинский О. В. | к.ф.-м.н. | Серебровский А. П. |
| к.т.н. | Кистлеров В. Л. | Ph.D.     | Лотоцкий С. В.     |

### **НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ:**

- большие и умеренные отклонения для различных стохастических процессов;
- большие отклонения и квазиклассические приближения для задач, возникающих в квантовой механике;
- связь принципа больших отклонений для траекторий стохастических процессов и порожденных ими инвариантных мер;
- большие и умеренные отклонения для случайных графов;
- оценки больших и умеренных отклонений в задачах статистического оценивания;
- диффузионная аппроксимация для двухмасштабной диффузии со связанными быстрой и медленной компонентами;
- диффузионная аппроксимация для процессов с разрывными коэффициентами;
- существование, единственность и регулярность решений краевых задач для параболических стохастических дифференциальных уравнений с частными производными в гладких ограниченных областях;
- теория перемешивания для стохастических дифференциальных уравнений;
- связь свойств регулярности инвариантных мер со свойствами гладкости генератора марковской цепи;
- оптимальное управление нелинейными объектами и управление наблюдениями за стохастическими объектами.

### **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Пухальский А. А. исследовал большие, нормальные и умеренные отклонения для связанных компонент случайных графов используя новый метод представления компонентной структуры графов с помощью случайных процессов.

Получена логарифмическая асимптотика больших отклонений для совместного распределения числа связанных компонент, размеров больших компонент и числа граней больших компонент. Исследован феномен фазового перехода в системе. Для критического случая получена логарифмическая асимптотика умеренных отклонений для совместного распределения размеров связанных компонент и числа граней.

Эти результаты позволяют получить более глубокое представление о природе и типе фазовых переходов в этих задачах и представляют интерес как собственно для теории случайных графов так и для некоторых задач статистической физики. Результаты получены с помощью общих методов теории больших уклонений и теории идемпотентных мер и процессов развивавшихся в лаборатории на протяжении последних лет.

Пухальский А. А. исследовал также задачу о больших уклонениях для стохастических дифференциальных уравнений с возможно вырожденными коэффициентами. В частности подобная проблема возникает в некоторых важных для приложений задачах теории массового обслуживания. Задача решается с помощью методов слабой сходимости и теории идемпотентных процессов, разрабатываемых автором в течение ряда лет. Показано, что при некоторых предположениях единственность функционала действия следует из существования и единственности Лузинского слабого решения соответствующего идемпотентного уравнения Ито, из чего в свою очередь следует принцип больших уклонений.

Лотоцкий С. В. предложил новый метод построения обобщенного решения стохастических эволюционных уравнений. Метод основан на варианте Камеруна – Мартина разложения Винеровского хаоса и обеспечивает общий подход к исследованию уравнений в частных производных с конечномерным и бесконечномерным шумом. Для широкого класса уравнений получены результаты о существовании, единственности, регулярности решений, а также вероятностное представление решений в виде Винеровского хаоса. В качестве приложения общей теории получены новые результаты для некоторых типов уравнений пассивного скаляра.

Лотоцкий С. В. исследовал эволюцию во времени пассивного скаляра для турбулентного однородного несжимаемого Гауссовского потока. Турбулентная природа потока приводит к тому, что соответствующее эволюционное уравнение имеет негладкие коэффициенты. С помощью разложения типа Винеровского хаоса строится строгое в вероятностном смысле решение и исследуются его свойства. Получено представление решения в виде формулы Фейнмана-Каца.

Веретенников А. Ю. получил новые результаты о суб-экспоненциальных скоростях перемешивания для некоторого класса Марковских диффузионных процессов. Получены новые более точные верхние оценки скорости перемешивания. Доказана также важная нижняя оценка скорости, которая демонстрирует оптимальные свойства верхней оценки.

Веретенников А. Ю. исследовал проблему существования и регулярности инвариантной меры для Марковских процессов и уравнений МакКина-Власова. Получены более точные условия регулярности инвариантных мер.

Липцер Р. Ш. получил новые результаты о существовании предельного распределения для неоднородного во времени Марковского процесса со счетным числом состояний. Исследованы вопросы асимптотической устойчивости нелинейных фильтров в случаях неэргодических сигналов и сигналов, не удовлетворяющих стандартным требованиям перемешивания.

Гулинский О. В. исследовал связь между теорией ультраконтрактных (ultracontractive) полугрупп и теорией  $u$ -ограниченных операторов. Первоначально гиперконтрактность и ультраконтрактность полугрупп изучалась для случая гармонического осциллятора в квантовой теории поля, затем для операторов Шредингера. Однако оказалось, что возникающие при этом идеи применимы в многих

случаях, где используется теория Марковских полугрупп. Указанные свойства тесно связаны также со свойствами перемешивания Марковских процессов.

Теория  $u$ -ограниченных операторов связана с проблемой существования положительных собственных векторов. В пространстве, упорядоченном достаточно хорошим конусом (воспроизводящим, нормальным и миниедральным),  $u$ -ограниченность оператора гарантирует существование положительного собственного вектора, отвечающего собственному значению, равному спектральному радиусу оператора.

При внимательном рассмотрении можно заметить тесную связь между этими теориями, в том смысле, что при некоторых условиях ультраконтрактные свойства полугруппы  $e^{-tH}$  равносильны  $u$ -ограниченности операторов для любого  $t > 0$ .

Если в качестве оператора  $H$  рассматривается оператор Шредингера  $H = -\Delta + V$ , то при определенных ограничениях на потенциал этому оператору соответствует Марковский процесс с положительной инвариантной мерой. Существование положительной инвариантной меры равносильно наличию у оператора  $H$  положительной собственной функции.

Сотрудники лаборатории ведут активную *преподавательскую деятельность*: в МФТИ – Ф. Н. Григорьев, А. П. Серебровский и О. В. Гулинский; в зарубежных университетах – Р. Ш. Липцер, А. А. Пухальский, П. И. Кицул, С. В. Лотоцкий, А. Ю. Веретенников.

*Международное сотрудничество* налажено, главным образом, с вероятностной группой лаборатории LATP CMI Университета Прованса [г. Марсель, Франция; с проф. Этьеном Парду (E. Pardoux) в качестве лидера]. Также существуют тесные контакты с университетами Universite Paris 6 [с проф. Жаном Жакодом (Jean Jacod) и Пьером Приуре (Pierre Priouret)], с Universite du Main [Франция; с проф. Юрием Кутоянцем (Yuri Kutoyants)]; с Институтом прикладного анализа и стохастики им. Вейерштрасса (WIAS, Берлин, Германия); с Университетом Уорика [the University of Warwick, Великобритания, с проф. Дэвидом Элворси (David Elworthy)], Институтом математики Копенгагенского университета, Университетом Триера (проф. Д. Баум), Университетом Вюрцбурга (проф. Е. Фон Коллани) и рядом других.

Большое число докладов в различных зарубежных университетах было прочитано Р. Ш. Липцером, А. А. Пухальским, О. В. Гулинским, А. Ю. Веретенниковым.

Сотрудники Лаборатории приняли участие в следующих научных конференциях: New techniques in applied stochastics (Finland, 2004); MCMC2 Conference (France 2004) on McKean-Vlasov stochastic equations; Nonlinear Filtering in Correlated Noise: a Wiener Chaos Approach (Scientific Systems Company, Inc., Woburn, MA, April 15, 2004); Turbulent Transport and Wiener Chaos, Finance and Stochastics Seminar (Boston University, April 16, 2004); Stochastic Equations with Space-Only Noise, Probability/Statistics Seminar (University of California, Santa Barbara, October 19, 2004); Incompressible Turbulent Transport: a Wiener Chaos Approach, 4th Southern California Applied Mathematics Symposium (Claremont, April 2004); Turbulent Transport via SPDE and Wiener Chaos, International Workshop on Nonlinear Dynamics and Stochastic Partial Differential Equations (Beijing, China, May 31, 2004); а также на семинарах в Juan-les-Pins, Le Mans, Rennes (France), Leeds, Oxford (UK), Helsinki (Finland), Moscow/IITP (Russia);

**ПУБЛИКАЦИИ В 2004 г.**

**Опубликованные статьи**

1. Abramov V., Liptser R. On Existence of limiting distribution for time-nonhomogeneous countable Markov process // Queueing Systems. 2004. V. 46. P. 353-361.
2. Baxendale P., Chigansky P., Liptser R. Asymptotic stability of the Wonham filter: ergodic and nonergodic signals // SIAM Journal on Control and Optimization/ 2004. V. 43. No 2. P. 643-659.
3. Chigansky P., Liptser R. Stability of nonlinear filters in non-mixing case // Annals of Applied Probability. 2004. V. 14. No. 4. P. 2038-2056.
4. Klovov S.A., Veretennikov A.Yu. Subexponential mixing rate for a class of Markov diffusions // J. Math. Sci. September 2004. 123(1). P. 3816-3823.
5. Klovov S.A., Veretennikov A.Yu. Subexponential mixing rate for Markov processes // Math. Comm. 2004. No. 9. P. 9-26.
6. Lototsky S.V., Rozovskii B.L. Passive Scalar Equation in a Turbulent Incompressible Gaussian Velocity Field // Russian Mathematical Surveys. 2004. V. 59. No. 2. P. 297-312.
7. Veretennikov A.Yu. On approximations of diffusions with equilibrium // Helsinki University of Technology, Institute of Mathematics Reports C17 (2004); an electronic version at <http://www.math.hut.fi/visitors0405/AVslides.pdf>.

**Статьи, принятые к публикации**

1. Lototsky S.V., Rozovskii B.L. Stochastic Differential Equations: A Wiener Chaos Approach. (A review) To appear in the volume in honor of A. N. Shiryaev.
2. Lototsky S.V., Rozovskii B.L. Wiener Chaos Solutions of Linear Stochastic Evolution Equations. Submitted to Annals of Probability on July 2, 2004.
3. Puhalskii A. On some degenerate large deviation problems, to appear in Electronic Journal of Probability.
4. Puhalskii A. Stochastic processes in random graph, to appear in The Annals of Probability.